MATEMÁTICA

LOGARITMO

- Propiedades de los logaritmos:

1. Definición: $\text{Log}_a(b) = C \Longleftrightarrow a^C = b$

Con a, b y c $\in \Re \wedge a \neq 1 \wedge a>0 \wedge b>0$

✔ Ejemplo: $\log_2(8) = 3 \Longleftrightarrow 2^3 = 8$

2. El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos.

$$\text{Log}_a(X \cdot Y) = \text{Log}_a X + \text{Log}_a Y$$

✔ Ejemplo:

$$\log(5\cdot 2) = \log(5) + \log(2)$$

3. El logaritmo de un cociente es la resta de los logaritmos.

$$\text{Log}_a\left(\frac{x}{y}\right) = \text{Log}_a X - \text{Log}_a Y$$

✔ Ejemplo:

$$\log(5/2) = \log(5) - \log(2)$$

4. El logaritmo de una potencia: El exponente pasa a multiplicar como una constante al logaritmo.

$$\text{Log } X^Y = Y \cdot \text{Log } X$$

Y Log X^Y

El exponente "BAJA" y queda multiplicando al logaritmo.

✔ Ejemplo:

$$\log(10)^2 = 2\cdot\log(10)$$

Nota: al logaritmo de una raíz lo puedo ver como el logaritmo de una potencia fraccionaria.

Ejemplos:

$\text{Log } X^3 = 3 \cdot \text{Log } X$ $\quad\quad$ $\text{Log } (X+1)^{3a} = 3a \cdot \text{Log } (X+1)$

$\log \sqrt[3]{7} = \frac{1}{3}\log 7$ $\quad\quad$ $\log_a \sqrt[3]{(5X+1)^2} = \frac{2}{3}\log_a (5X+1)$

1) **Aplica la definición de LOGARITMO y encuentra el valor de la X.**

a) $\log_4 64 = X$

b) $\log_{10} 1000 = X$

c) $\log_3 81 = X$

d) $\log_2 \frac{1}{4} = X$

e) $\log_X 9 = 2$

f) $\log_{\frac{1}{2}} 4 = X$

2) **Calcula utilizando propiedades los siguientes logaritmos.**

a) $\log_2 (8 * 32 * 16) =$

b) $\dfrac{\log_4 \sqrt[5]{16 * 4}}{\log_3 \sqrt[4]{27} * 81^{\frac{2}{3}}} =$

c) $\log_{\frac{1}{5}} (625 * 125) =$

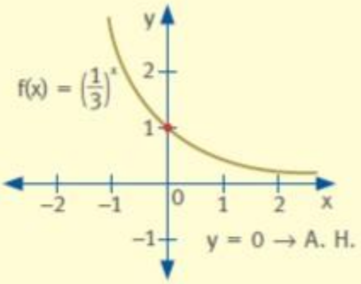
FUNCIÓN EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

Función exponencial

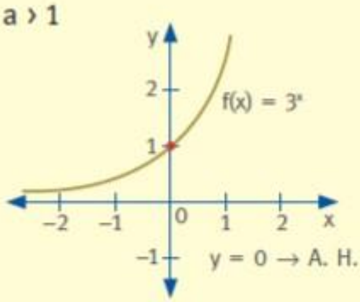
Se denomina **función exponencial** a toda función de la forma $f(x) = k \cdot a^{x-b} + c \wedge a > 0 \wedge a \neq 1$.

- Funciones de la forma $f(x) = a^x$

1. $0 < a < 1$



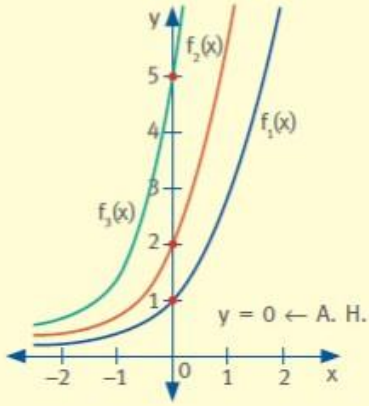
2. $a > 1$



- Funciones de la forma $f(x) = k \cdot a^x \wedge k \in \mathbb{R} - \{0\}$

Modifica el valor de la ordenada.

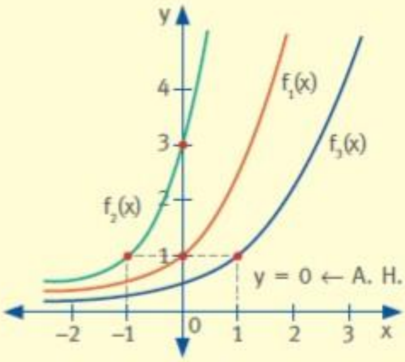
$f(x) = k \cdot a^x$	k
$f_1(x) = 3^x$	1
$f_2(x) = 2 \cdot 3^x$	2
$f_3(x) = 5 \cdot 3^x$	5



- Funciones de la forma $f(x) = k \cdot a^{x-b}$

Indica el corrimiento sobre el eje *x*.

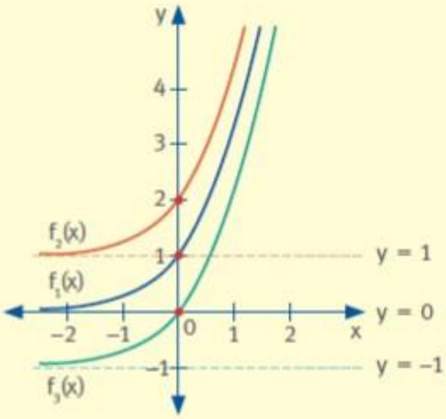
$f(x) = a^{x-b}$	b	Corrimiento
$f_1(x) = 3^x$	0	No tiene.
$f_2(x) = 3^{x+1}$	-1	1 hacia la izquierda.
$f_3(x) = 3^{x-1}$	1	1 hacia la derecha.



- Funciones de la forma $f(x) = a^x + c \wedge c \in \mathbb{R}$

Indica el corrimiento sobre el eje *y*.

$f(x) = a^x + c$	c	Corrimiento	A. H.
$f_1(x) = 3^x$	0	No tiene.	$y = 0$
$f_2(x) = 3^x + 1$	1	Hacia arriba, 1.	$y = 1$
$f_3(x) = 3^x - 1$	-1	Hacia abajo, 1.	$y = -1$



3) Grafica las siguientes funciones exponenciales y luego indica cada uno de sus elementos.

a. $f(x) = 3^x - 3$

b. $f(x) = 3 + 2 \cdot 4^{x-2}$

c. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2}$

D_f: ____________; I_m: ____________

$f(0)$ = ____________; A. H.: ____________

C^+: ____________; C^-: ____________

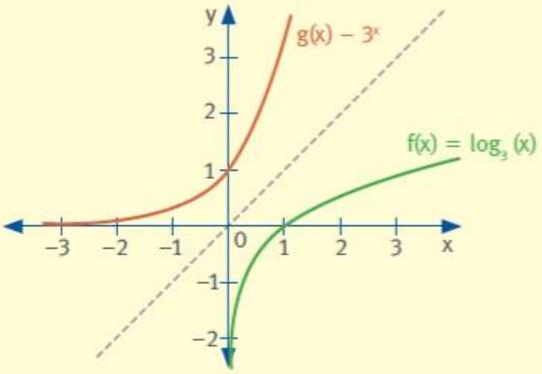
Función logarítmica

Se define **función logarítmica** de base a, a la función inversa de la función exponencial de base a.
$f(x) = y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x \wedge x > 0 \wedge a > 0 \wedge a \neq 1$

- $f(x) = y = \log_3 x \Leftrightarrow 3^y = x$ $\quad D_f = (0;+\infty) \wedge C_f = \mathbb{R}$ $\quad$ A. V.: $x = 0$

Intersección con el eje x: $f(x) = 0$, entonces $\log_3 x = 0 \Rightarrow 3^0 = x \Rightarrow x = 1$

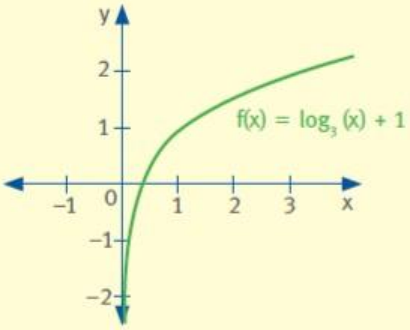
x	$y = \log_3 x$
$\frac{1}{9}$	-2
$\frac{1}{3}$	-1
1	0
3	1
9	2



- $f(x) = \log_3 x + 1$ $\quad D_f = (0;+\infty) \wedge C_f = \mathbb{R}$ $\quad$ A. V.: $x = 0$

Intersección con el eje x, $f(x) = 0$, entonces $\log_3 x + 1 = 0 \Rightarrow 3^{-1} = x \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

x	$y = \log_3 x + 1$
$\frac{1}{9}$	-1
$\frac{1}{3}$	0
1	1
3	2
9	3

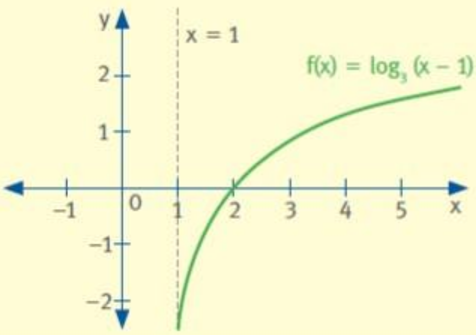


- $f(x) = y = \log_3 (x - 1) \Leftrightarrow 3^y = x - 1$

$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow D_f = (1;+\infty) \wedge C_f = \mathbb{R}$ $\quad$ A. V.: $x = 1$

Intersección con el eje x, $f(x) = 0$, entonces $\ln (x - 1) = 0 \Rightarrow 3^0 = x - 1 \Rightarrow x = 2$

x	$y = \log_3 (x - 1)$
$\frac{4}{3}$	-1
2	0
4	1
10	2



4) Completa las siguientes tablas, grafica las funciones y luego indica los elementos de cada una.

a) $y = \log_4 x$

x	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	1	4	16
$y = \log_4 x$					

b) $y = -2 . \log_4 x$

x	**y**
$\frac{1}{16}$	
$\frac{1}{4}$	
1	
16	

c) $y = \log_5 x + 1$

x	**y**
$\frac{1}{25}$	
$\frac{1}{5}$	
1	
25	
125	

D_f: ______; I_f: ______; Raíz de f: ______; A. V.: ______; C_f^+: ______; C_f^-: ______